

Inferencia Estadística en Process Tracing

Matias López — Universidad Diego Portales

2026-01-04

- Charles Tilly: La guerra fue la causa del Estado en Europa
- Theda Skocpol: Crises del Estado más revuelta campesina causaron las evoluciones sociales
- Barrington Moore Jr.: Las bueguesias fuertes conducieron revoluciones hacia la democracia

Qué es inferencia? Qué es process tracing?

- **Inferencia:** *juzgar* la pertinencia de *una teoría* en función de la evidencia (Lipton, 2004)
- **Process tracing:** es un método de investigación que consiste en examinar sistemáticamente evidencia detallada (como historias, documentos de archivo, transcripciones de entrevistas y otras fuentes) para *determinar si el proceso causal hipotetizado por una teoría se hace evidente* en la secuencia y los valores de las variables intervinientes *dentro de un caso* (George & Bennett, 2005).

Dos productos de los 80

- El problema fundamental de la inferencia causal (Holland, 1986)
- Back to the Future (Zemeckis, 1985)

Problema Fundamental de la Inferencia Causal (Holland, 1986)

El efecto causal de un tratamiento t sobre el valor de “ y ” en una unidad i :

$$\beta_i = y_{i(t=1)} - y_{i(t=0)}$$

donde:

- $y_{i(t=1)}$: resultado del caso i **con tratamiento**
- $y_{i(t=0)}$: resultado del caso i **sin tratamiento**,

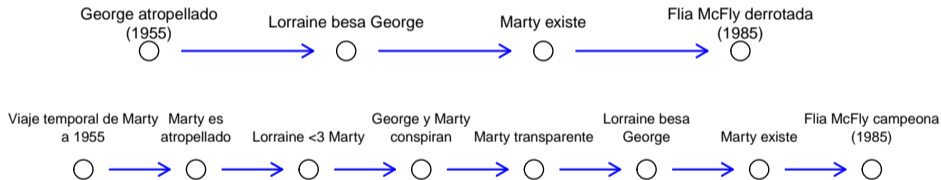
Por lo tanto, **no es posible observar** el efecto de t en i .

Back to the Future (1985)

- Lorraine y Marty en *Back to the Future* (Robert Zemeckis, 1985).



Dos “1985” en Back to the Future



Sin el DeLorean, PFIC nos dice que siempre podemos cometer un error

Tipos de Error



:: Tipo I

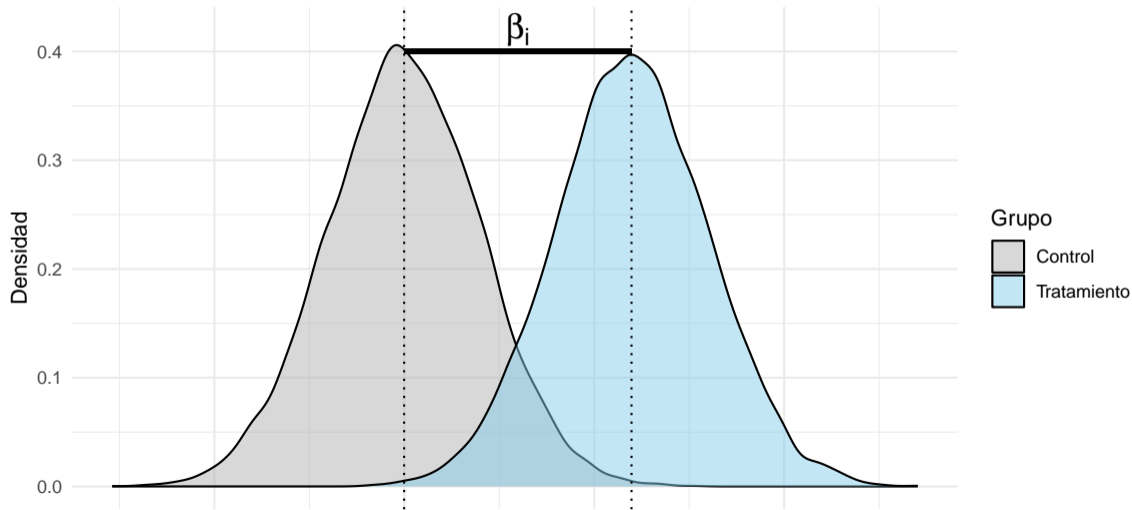
(falso positivo)

:: Tipo II

(falso negativo)

Por qué los experimentos funcionan (en promedio)

Inferencia en base a un tratamiento aleatorio.



Es más fácil estimar los efectos de una causa ...

que estimar las causas de un efecto

BBC Sign in News Sport Reel Worklife Travel Future More Search

NEWS


Home US Election Coronavirus Video World UK Business Tech Science Stories Entertainment & Arts More

UK England N. Ireland Scotland Wales Politics

Coronavirus: Oxford University to resume vaccine trial after pause

12 September 2020

f b t e Share



Trials of a Covid-19 vaccine being developed by AstraZeneca and Oxford University will resume after being paused due to a reported side effect in a patient in the UK.


Top Stories

Fifth UK ex-PM speaks out against post-Brexit bill
30 minutes ago

Climate row as Trump visits fire-hit US West Coast
1 hour ago

Record daily rise in Covid infections, WHO reports
7 hours ago

Features



The descendants of slaves who can't marry who they want


Metodo comparativo


Método del Acuerdo

Estudio de Skocpol sobre revoluciones

Casos	Condiciones				
	Condición C	Condición D	Crisis del Estado	Rebelión Campesina	Revolución
Rusia	No	Sí	Sí	Sí	Sí
Francia	Sí	No	Sí	Sí	Sí
China	No	No	Sí	Sí	Sí

Presencia

 Presente

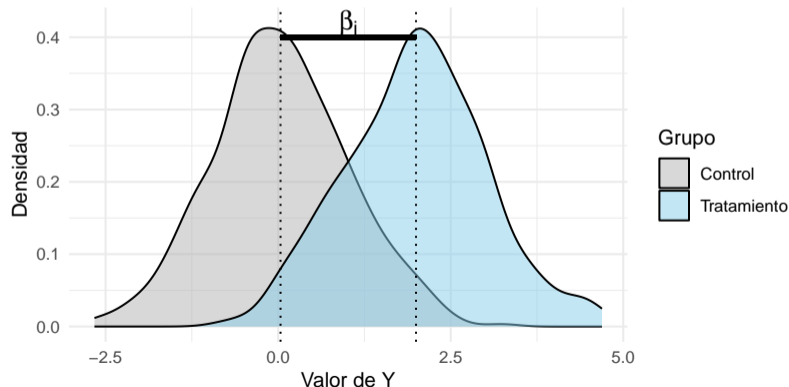
 Ausente

Process tracing puede ser “Theory-guided” (Falleti, 2016)

- Entonces necesito una teoría
- Y para testear esa teoría necesito al menos otra teoría

Process tracing puede ser “Theory-guided” (Falleti, 2016)

- Entonces necesito una teoría
- Y para testear esa teoría necesito al menos otra teoría
- Es más fácil estimar los efectos de una causa ...
que estimar las causas de un efecto



Test de hipótesis

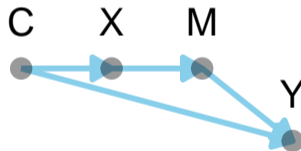
	H1	H2	H3	H4
Observación 1	predice	no predice	no predice	no predice
Observación 2	predice	no predice	predice	no predice
Observación 3	predice	no predice	no predice	predice
Observación 4	predice	no predice	no predice	no predice

Enfoque en el mecanismo

Mecanismo: $X \rightarrow M \rightarrow Y$

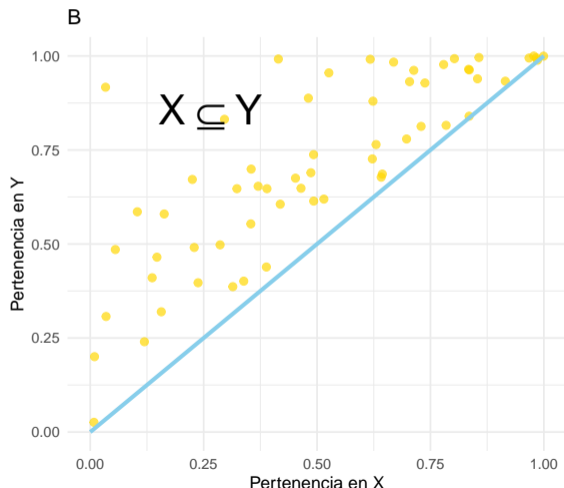
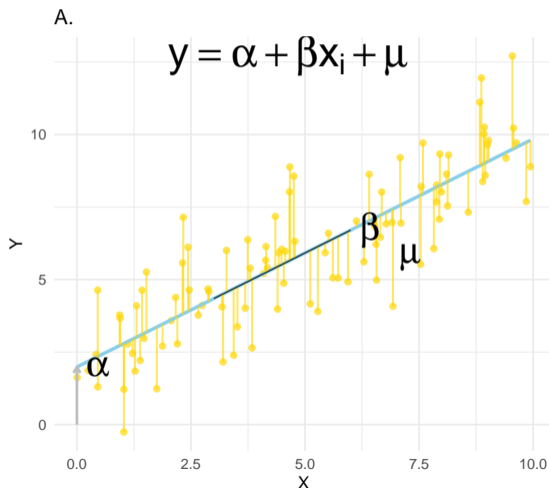


'C' es la verdadera causa de Y



“Two cultures”

- Goertz & Mahoney (2012): Cuanti y cuali usan distintas ramas de la matemática



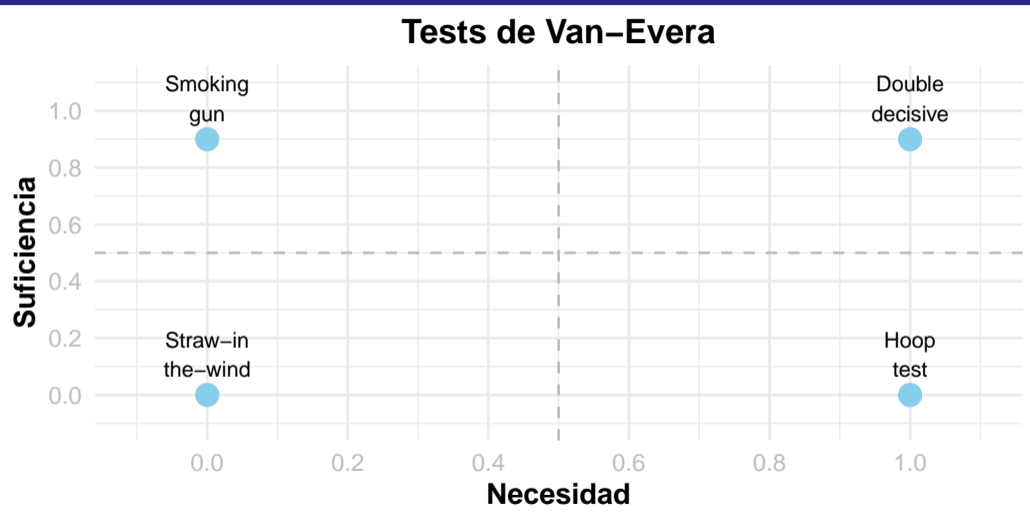
“No es lo que parece!”



Ceci n'est pas une pipe.

“No es lo que parece!”





En 2005 el FA implantó CTs en Uruguay haciendo vista gruesa de condicionantes. En 2013 el mismo FA decide hacer *enforcement*. Por qué?

- H_1 : FA presionado por case média meritocrática orbitando hacia oposición
- H_{R1} : Decisión tecnocrática
- H_{R2} : Gobierno de derecha
- H_{R3} : State capacity

Evidencia:

- La oposición y la opinión pública presionaron por mayor dureza.
- El FA perdió apoyo entre sectores medios y altos.
- Medios pro-sanciones no alineados con el FA ganaron visibilidad.
- Autoridades (incluido Mujica) reconocieron presión de la clase media.
- El FA defendía la laxitud antes del giro y promovió la sanción después.
- Informes técnicos indicaban que las condicionalidades no eran necesarias.

Podemos aprender sobre las probabilidad de una teoria

- Cuál es la mejor teoria sobre la chica de la moto?



Theory A: ella es cajera

Theory B: ella es granjera

Theory C: ella es actriz y
bailarina

- Process tracing explícitamente Bayesiano (Fairfield & Charman, 2022)
- Actualizar la creencia en H_1
- Cuál teoría hacer la k más esperada, H_1 o $\neg H_1$?

$$\underbrace{\frac{\Pr(H_1 | k)}{\Pr(\neg H_1 | k)}}_{\text{posterior odds}} = \underbrace{\frac{\Pr(H_1)}{\Pr(\neg H_1)}}_{\text{prior odds}} \times \underbrace{\frac{p(k | H_1)}{p(k | \neg H_1)}}_{\text{Bayes factor}}$$

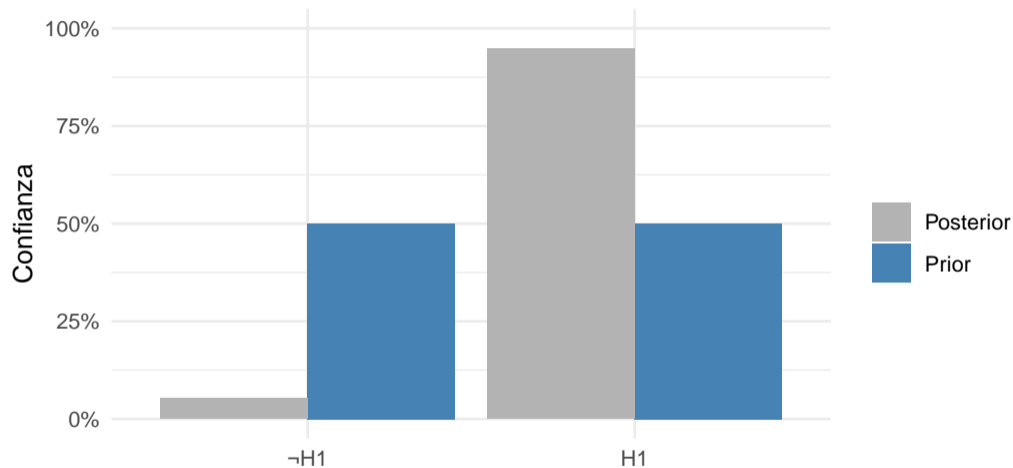
- Process tracing explícitamente Bayesiano (Fairfield & Charman, 2022)
- Actualizar la creencia en H_1
- Cuál teoría hace la k más esperada, H_1 o $\neg H_1$?

$$\underbrace{\frac{\Pr(H_1 | k)}{\Pr(\textcolor{blue}{\neg H_1} | k)}}_{\text{posterior odds}} = \underbrace{\frac{\Pr(H_1)}{\Pr(\textcolor{blue}{\neg H_1})}}_{\text{prior odds}} \times \underbrace{\frac{p(k | H_1)}{p(k | \neg H_1)}}_{\text{Bayes factor}}$$

```
# Priors H1: frio ¬H1: cuernos
prior_H1 <- 0.5
prior_notH1 <- 0.5
# Likelihood de k (temperatura corporal) para H1 y ¬H1
lik_k_given_H1 <- 0.90
lik_k_given_notH1 <- 0.05
BF<- lik_k_given_H1 / lik_k_given_notH1
posterior_H1 <- (lik_k_given_H1 * prior_H1) /
  (lik_k_given_H1 * prior_H1 + lik_k_given_notH1 * prior_notH1)
posterior_notH1 <- (lik_k_given_notH1 * prior_notH1) /
  (lik_k_given_H1 * prior_H1 + lik_k_given_notH1 * prior_notH1)
# Output
BF
```

```
[1] 18
```

Veámoslo con un plot de la probabilidad posterior



The Bayesian turn

- Lógica Bayesiana y de process tracing son “paralelas” (Bennett, 2008)
- Está “en el corazón” de process tracing (Mahoney, 2016)
- Es el “único enfoque sólido para el análisis causal con datos cualitativos” (Fairfield & Charman, 2022, p.5)

Qué es “Bayesiano” en process tracing “Bayesiano”?

$$\underbrace{\frac{\Pr(H_1 | k)}{\Pr(\neg H_1 | k)}}_{\text{posterior odds}} = \underbrace{\frac{\Pr(H_1)}{\Pr(\neg H_1)}}_{\text{prior odds}} \times \underbrace{\frac{p(k | H_1)}{p(k | \neg H_1)}}_{\text{Bayes factor}}$$

Qué es “Bayesiano” en process tracing “Bayesiano”?

Con **flat prior**

$$\frac{\Pr(H_1)}{\Pr(\neg H_1)} = \frac{0.5}{0.5} = 1,$$

la regla Bayes indica

$$\underbrace{\frac{\Pr(H_1 | k)}{\Pr(\neg H_1 | k)}}_{\text{posterior odds}} = \underbrace{\frac{\Pr(H_1)}{\Pr(\neg H_1)}}_{\text{prior odds}} \times \underbrace{\frac{\Pr(k | H_1)}{\Pr(k | \neg H_1)}}_{\text{Bayes factor}},$$

o sea:

$$\frac{\Pr(H_1 | k)}{\Pr(\neg H_1 | k)} = \frac{\Pr(k | H_1)}{\Pr(k | \neg H_1)}$$

Qué hace el factor de Bayes

- Un factor de Bayes

$$\frac{\Pr(k \mid H_1)}{\Pr(k \mid \neg H_1)}$$

compara dos modelos especificados de observación que representan dos afirmaciones antagónicas.

- Ej: $FB=10$ indica H_1 10 veces más probable que $\neg H_1$
- Pero no hay en la literatura un método para especificar modelos para H_1 y $\neg H_1$
- Zacks (2021) piensa que esto genera sesgo via “inflated posteriors”

Esto puede ser un problema

Una simulación:

- La investigadora tiene una hipótesis H_1 sobre la causa de y en caso a . (x fue causa de y)
- Existen **múltiples teorías rivales** representadas por $(\neg H_1)$ (z fue causa, w fue causa, etc.)
- La investigadora tiene evidencia cualitativa k : 5 entrevistas, 3 artículos de prensa, 2 documentos ($N = 10$)

Toda la evidencia sugiere H_1 es correcta

- Evaluamos cuán esperable es k bajo:
 - H_1
 - H_{R1}, H_{R2}, H_{R3}
- Si toda la evidencia es esperada para H_1 y no para $\neg H_1$, entonces

$$\frac{p(k \mid H_1)}{p(k \mid \neg H_1)} > 1$$

- La investigadora juzga que $p(k \mid H_1) = 0.99$ y que $p(k \mid \neg H_1) = 1$ en un millón.
- Con “flat priors” obtendrá $Pr(H_1 \mid k) = 0.9999$ o 99.99 confianza en H_1

Lo que necesitamos son modelos de observación

- Cómo justificar un modelo para $\Pr(k|H_1)$?
- Cómo justificar un modelo para $\Pr(k|\neg H_1)$?

Lady Tasting Tea

Dr. Bristol afirma poder distinguir si la leche fue añadida **antes** o **después** del té.

- H_1 : La mujer **puede distinguir** correctamente.
- $\neg H_1$: La mujer **no puede distinguir** (responde al azar).



El experimento

- Se le presentan 8 tazas: 4 con leche primero, 4 con té primero

Si X es el número de aciertos al elegir $n = 4$ tazas de entre $N = 8$, entonces podemos saber la frecuencia de cualquier resultado bajo $\neg H_1$:

$$\mathbb{P}(X = x) = \frac{\binom{4}{x} \binom{4}{4-x}}{\binom{8}{4}}, \quad x = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$\binom{8}{4} = 70, \quad \mathbb{P}(X = x) = \frac{\binom{4}{x} \binom{4}{4-x}}{70}, \quad x = 0, \dots, 4$$

$$\mathbb{P}(X = x) = \left\{ \frac{1}{70}, \frac{16}{70}, \frac{36}{70}, \frac{16}{70}, \frac{1}{70} \right\} \quad (x = 0, 1, 2, 3, 4)$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(X = 4) = \frac{1}{70} = 0.014$$

```
n_cups <- 8
truth <- c(rep("Leche", 4), rep("Te", 4))
adivinaciones <- c(rep("Leche", 4), rep("Te", 4))
count_correct <- function(x, y) {
  sum(x == y)}
observed <- count_correct(truth, adivinaciones)
all_combinations <- combn(n_cups, 4)
correct_counts <- apply(all_combinations, 2, function(idx) {
  guess <- rep("Te", n_cups)
  guess[idx] <- "Leche"
  count_correct(truth, guess)})
p_value <- mean(correct_counts >= observed)
p_value
```

```
[1] 0.01428571
```

- Yo tengo 8 bolas, 4 son azules, 4 son rojos.
- Dame la probabilidad de sacar solo azules si selecciono 4 bolas
- Usa la distribución hipergeométrica.

Podemos especificar un modelo de observación para $\neg H_1$ afuera de un experimento

Modelo +1

- conjunto T : n observaciones hechas en favor de H_1
- conjunto R : $n + 1$ observaciones necesarias en favor de $\neg H_1$

$$U = 2T + 1$$

Si X es el número de observaciones a favor de H_1 en una muestra de tamaño n , entonces:

$$\mathbb{P}(X = x) = \frac{\binom{n}{x} \binom{U-n}{n-x}}{\binom{U}{n}}$$

Ejemplo con 10 observaciones

More observations

7 in T

3 in R

Total 10 obs

$$U = 7 + (7+1) = 15$$

$$p = .019$$

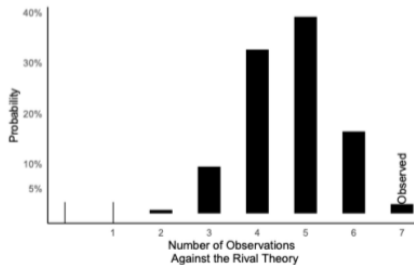
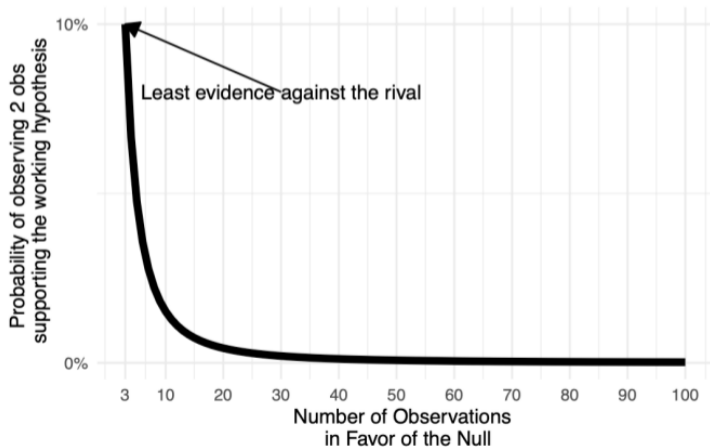


Figure 3: Null distribution for positive evidence from 7 out of 10 observations.

Es el modelo más conservador para $\neg H_1$

The most conservative urn possible assuming $R > T$



Es fácil testear la sesibilidad de nuestro p – *value*

Sensitivity analysis

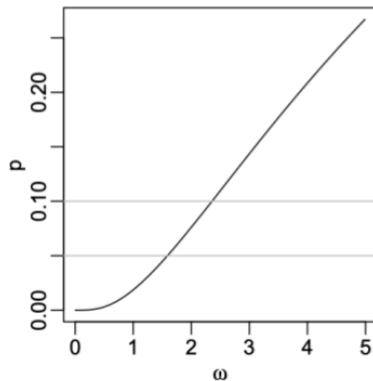


Figure 4: P-values as a function of ω for 7 positive observations out of 10.

Múltiples explicaciones rivales

- $\neg H_1$ en un experimento es exacta y única
- $\neg H_1$ en process tracing son muchas

$$\neg H_1 = \bigcup_{i=1}^k H_0^{(i)} = \{H_0^{(1)}, H_0^{(2)}, \dots, H_0^{(k)}\}$$

El modelo “+1” es un buen modelo para $\neg H_1$

$$\frac{\Pr(k \mid H_1)}{\Pr(k \mid \neg H_1)} = \frac{\Pr(k \mid H_1)}{\max_{i=1,\dots,m} \Pr(k \mid H_0^{(i)})}$$

Caso: CTs en Uruguay (Rossel et al., 2017)

Proceso policy shift en política de condicionalidades (CCT)

- H_1 : FA presionado por case média meritocrática orbitando hacia oposición
- H_{R1} : Decisión tecnocrática
- H_{R2} : State capacity
- H_{R3} : Gobierno de derecha



Caso: CTs en Uruguay (Rossel et al., 2017)

Proceso policy shift en política de condicionalidades (CCT)

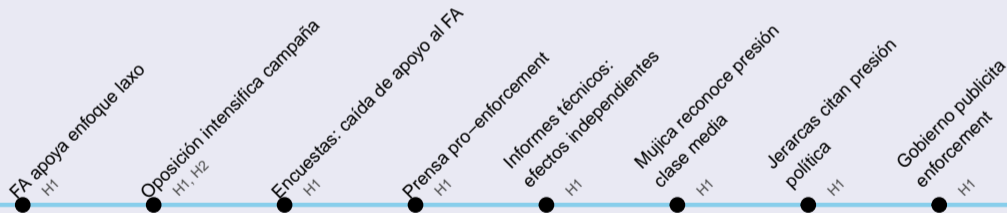
- H_1 : FA presionado por case média meritocrática orbitando hacia oposición
- H_{R1} : Decisión tecnocrática
- H_{R2} : State capacity
- ~~H_{R3} : Gobierno de derecha~~



Caso: CTs en Uruguay (Rossel et al., 2017)

Proceso policy shift en política de condicionalidades (CCT)

- H_1 : FA presionado por case média meritocrática orbitando hacia oposición
- H_{R1} : Decisión tecnocrática
- H_{R2} : State capacity
- ~~H_{R3} : Gobierno de derecha~~



Test summary

p -value

0.001

Odds ratio for
 $p=.05$

4.216

Odds ratio for
 $p=.10$

6.292

Ventajas de este modelo de inferencia estadística

- Más conservador (privilegia Error Tipo II)
- Menos supuestos (El mundo de $\neg H_1$ produce evidencia en favor de $\neg H_1$; sesgo $< \omega$)
- Especificación completa

Referencias

- Bennett, A. (2008). *Process tracing: A Bayesian perspective*. En J. Box-Steffensmeier, H. Brady & D. Collier (eds.), **The Oxford Handbook of Political Methodology**. Oxford University Press.
- Fairfield, T., & Charman, A. E. (2022). **Social inquiry and Bayesian inference**. Cambridge University Press.
- Falletti, T. (2016). *Process tracing of extensive and intensive processes*. **New Political Economy**, 21(5), 455–462.
- George, A. L., & Bennett, A. (2005). **Case Studies and Theory Development in the Social Sciences**. MIT Press.
- Goertz, G., & Mahoney, J. (2012). **A Tale of Two Cultures: Qualitative and Quantitative Research in the Social Sciences**. Princeton University Press.
- Holland, P. (1986). *Statistics and causal inference*. **Journal of the American Statistical Association**, 81(396), 945–960.
- Lipton, P. (2004). **Inference to the Best Explanation** (2nd ed.). Routledge.
- Mahoney, J. (2016). *The logic of process tracing tests*. **Sociological Methods & Research**, 45(3), 507–545.
- Rossel, C., Courtoisie, D., & Marsiglia, M. (2017). How could CCT s conditionalities reinforce vulnerability? Non-compliers and policy implementation gaps in Uruguay's Family Allowance. **Developmental Policy Review**.
- Zaks, S. (2021). Updating Bayesian (s): A critical evaluation of Bayesian process tracing. **Political Analysis**, 29(1), 58–74.

More R code

```
library(here)
library(kableExtra)
library(BiasedUrn)
library(dplyr)

find_odds <- function(omega, m1, m2, n, x, alpha_thresh = .05, alpha_adjust =
  # m1= number of pieces of evidence supporting the working theory
  # m2 = number of pieces of evidence supporting the rival theory
  # n = number of pieces drawn from the urn
  # odds = odds of drawing evidence supporting the working theory versus rival
  # x = number of pieces of evidence supporting the working theory in the sample
  p_found <- dFNCHypergeo(x = x, m1 = m1, m2 = m2, n = n, odds = omega)
  critical_value <- alpha_thresh / alpha_adjust
  return(p_found - critical_value)
}
```

